

Digitalna obrada signala
 Utica j konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje amplitude

$$x_q[n] = Q(x[n]) = Q[x_a(nT)]$$

$$\varepsilon[n] = x_q[n] - x[n] \quad -1 \leq x[n] < 1$$

$$B + 1 \quad q = \frac{1}{2^B} = 2^{-B}$$

$$-\frac{q}{2} < \varepsilon[n] < \frac{q}{2}$$

Digitalna obrada signala
 Utica j konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje amplitude

1. Greška kvantovanja $\varepsilon[n]$ ima uniformnu gustinu raspodele
2. Greška kvantovanja $\varepsilon[n]$ predstavlja stacionarni beli šum,
3. Greška kvantovanja $\varepsilon[n]$ nije korelisana sa signalom $x[n]$.

?

greška kvantovanja može smatrati za aditivni beli šum

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \log \frac{P_x}{P_n}$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje amplitude

$$P_n = \sigma_\varepsilon^2 = \int_{-q/2}^{q/2} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon \quad \varepsilon = \frac{1}{q} \int_{-q/2}^{q/2} \varepsilon^2 d\varepsilon \quad \varepsilon = \frac{q^2}{12} = \frac{2^{-2B}}{12}$$

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \log \frac{P_x}{P_n} = 10 \log P_x + 10 \log(12 \cdot 2^{2B}) = 10 \log P_x + 10.8 + 6.02B$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

$$\hat{a}_k = a_k + \Delta a_k \text{ i } \hat{b}_k = b_k + \Delta b_k$$

$$\hat{H}(z) = \frac{\sum_{k=0}^M \hat{b}_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N \hat{a}_k z^{-k}}$$

Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

$$D(z) = 1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k} = \prod_{i=1}^N (1 - p_i z^{-1})$$

$$z = p_i + \Delta p_i$$

$$\Delta p_i = \sum_{k=1}^N \frac{\partial p_i}{\partial a_k} \Delta a_k, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\left(\frac{\partial D(z)}{\partial a_k} \right)_{z=p_i} = \left(\frac{\partial D(z)}{\partial p_i} \right)_{z=p_i} \frac{\partial p_i}{\partial a_k}, \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial a_k} = \frac{-p_i^{N-k}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (p_i - p_j)}, \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N$$

Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

Ako su polovi funkcije prenosa bliski (što je karakteristično za vrlo selektivne funkcije prenosa), onda male greške koeficijenata polinoma u imeniocu mogu izazvati velike pomeraje polova u direktnim realizacionim strukturama.

Sa porastom broja polova u grupi, osetljivost polova na promene koeficijenata raste.

Iz tog razloga se, ako je broj polova veći od 3, umesto direktnih struktura koriste kaskadne ili paralelne realizacione strukture. Kod takvih struktura se svaki par konjugovano kompleksnih polova realizuje nezavisno od ostalih polova. Zbog toga je pomeraj pola zbog greške kvantovanja koeficijenata nezavisan od položaja ostalih polova funkcije prenosa. Kod kaskadne realizacije ista osobina važi i za nule funkcije prenosa.

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

Kod paralelne realizacije, pomeraj nula zavisi od kvantovanja svih koeficijenata polinoma u brojiocu i imeniocu funkcije prenosa. I pored toga, pokazuje se da je paralelna realizacija ipak bolja od direktnih realizacija u pogledu osetljivosti na kvantovanje koeficijenata zbog male osetljivosti pojedinačnih sekcija drugog reda.

Kaskadna struktura je manje osetljiva na kvantovanje koeficijenata od paralelne realizacije, a obe su znatno bolje od direktnih realizacija.

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{1}{1 - (2r \cos \theta) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata IIR

$$H(z) = \frac{r \sin \theta z^{-1}}{1 - (2r \cos \theta)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad \text{Spregnuta forma}$$

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Određivanje potrebnog broja bita za realizaciju funkcije prenosa

$$\Delta M(\Omega) = M(e^{j\Omega}) - M_q(e^{j\Omega})$$

$$\Delta M_{\max}(\Omega) = \begin{cases} \delta_p - |M(e^{j\Omega}) - M_I(e^{j\Omega})| & \Omega \leq \Omega_p \\ \delta_a - |M(e^{j\Omega}) - M_I(e^{j\Omega})| & \Omega \geq \Omega_a \end{cases}$$

Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Određivanje potrebnog broja bita za realizaciju funkcije prenosa

Optimalna dužina reči je minimalna dužina reči za koju važi uslov

$$\Delta M(\Omega) \leq \Delta M_{\max}(\Omega) \quad \text{računski}$$

statistički

$$\sigma_{\Delta c_i}^2 = \int_{-q/2}^{q/2} (\Delta c_i)^2 p(\Delta c_i) d(\Delta c_i) = \frac{q^2}{12} = \frac{2^{-2B}}{12}$$

$$\Delta M(\Omega) = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{\partial M(\Omega)}{\partial c_i} \Delta c_i = \sum_{i=1}^{N_c} S_{c_i} \Delta c_i$$

Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Određivanje potrebnog broja bita za realizaciju funkcije prenosa

$$E\{\Delta M\} = \sum_{i=1}^{N_c} S_{c_i} E\{\Delta c_i\} = 0$$

$$\sigma_{\Delta M}^2 = \sum_{i=1}^{N_c} S_{c_i}^2 \sigma_{\Delta c_i}^2 = \frac{q^2}{12} \sum_{i=1}^{N_c} S_{c_i}^2 = \frac{q^2}{12} S_T^2$$

$$p(\Delta M) = \frac{1}{\sigma_{\Delta M} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta M)^2}{2\sigma_{\Delta M}^2}}$$

$$y = \Pr(|\Delta M| \leq \Delta M_1) = \frac{2}{\sigma_{\Delta M} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\Delta M_1} e^{-\frac{(\Delta M)^2}{2\sigma_{\Delta M}^2}} d(\Delta M)$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Određivanje potrebnog broja bita za realizaciju funkcije prenosa

$$\Delta M = x \sigma_{\Delta M} \text{ i } \Delta M_1 = x_1 \sigma_{\Delta M}$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$\Delta M_1 \leq \Delta M_{\max}(\Omega) \quad q \leq \frac{\sqrt{12} \Delta M_{\max}(\Omega)}{x_1 S_T}$$

$$B = \log_2 \frac{1}{q} = \log_2 \frac{x_1 S_T}{\sqrt{12} \Delta M_{\max}(\Omega)}$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata FIR

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial a_k} = \frac{-p_i^{N-k}}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (p_i - p_j)}, \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N \quad \text{izvedeno}$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial b_k} = \frac{-z_i^{M-1-k}}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M-1} (z_i - z_j)}, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad k = 0, \dots, M-1$$

Na isti način

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata FIR

U praksi se nule funkcije prenosa nalaze u opsegu učestanosti koji odgovara nepropusnom opsegu i nisu grupisane.

Zbog toga imenilac funkcije ne može imati male vrednosti, pa osetljivost nula na promenekoeficijenata nije velika, čak ni kod direktne realizacije višeg reda.

Pošto je direktna realizacija najjednostavnija, a nije mnogo osetljiva, FIR funkcije prenosa se najčešće realizuju nekom od direktnih realizacija, a vrlo retko u vidu kaskadne strukture.

$$h[n] = \pm h[M - 1 - n]$$

uslov linearnosti faze biće zadovoljen i posle kvantovanja koeficijenata

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje koeficijenata FIR

$$\hat{H}(e^{j\Omega}) = H(e^{j\Omega}) + \Delta H(e^{j\Omega})$$

$$\Delta H(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{M-1} \Delta h[n] e^{-j\Omega n}$$

$$-\frac{q}{2} \leq \Delta h[n] \leq \frac{q}{2}$$

$$|\Delta H(e^{j\Omega})| = \left| \sum_{n=0}^{M-1} \Delta h[n] e^{-j\Omega n} \right| \leq \sum_{n=0}^{M-1} |\Delta h[n]| |e^{-j\Omega n}| \leq \frac{Mq}{2} = 2^{-(B+1)} M$$

Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje proizvoda

Množenjem dva binarna broja koji su predstavljeni sa $B + 1$ bitom dobija se proizvod od $2B + 1$ bita.

Da bi se mogle vršiti dalje operacije sa dobijenim rezultatom, potrebno je skratiti rezultat na polaznu dužinu od $B + 1$ bita.

Skraćivanje se može izvršiti odsecanjem ili zaokruživanjem, ali se u praksi češće koristi zaokruživanje zbog toga što je srednja vrednost greške zaokruživanja jednaka nuli.

Množenje digitalnog signala $x[n]$ sa koeficijentom c_i i kvantovanje rezultata može se prikazati jednačinom

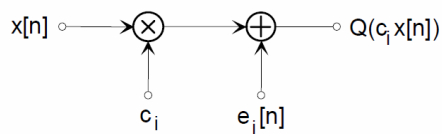
$$Q(c_i x[n]) = c_i x[n] + \varepsilon_i[n]$$

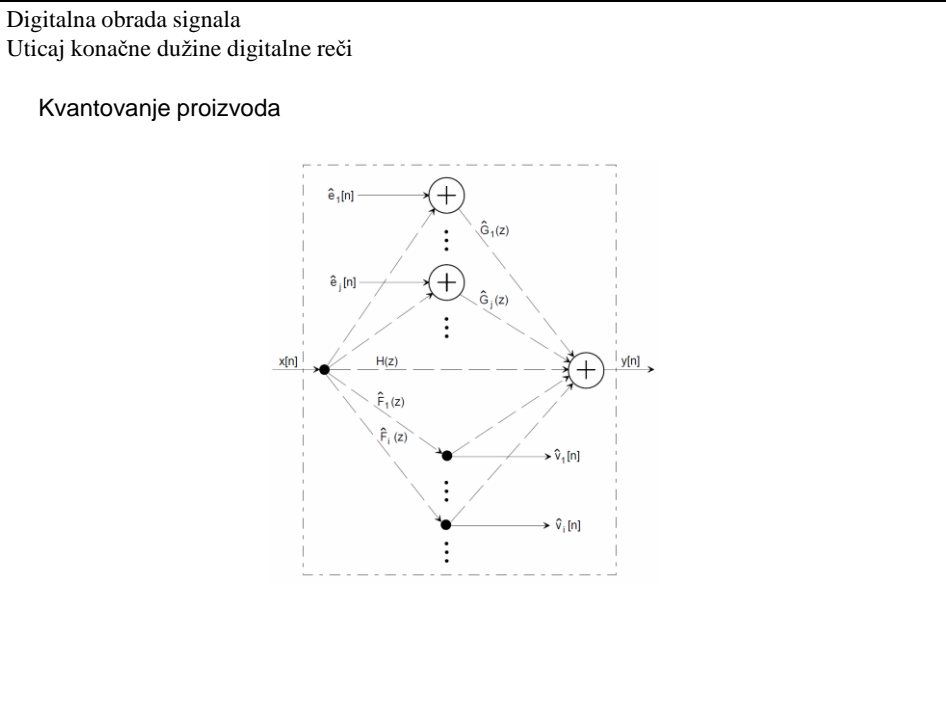
Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kvantovanje proizvoda

$$Q(c_i x[n]) = c_i x[n] + \varepsilon_i[n]$$





Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Skaliranje koeficijenta funkcije prenosa

$$x[n] \leq M$$

$$v_i[n] \leq M, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$v_i[n] = \sum_{k=0}^{\infty} f_i[k] x[n-k], \quad i = 1, 2, \dots$$

$$|v_i[n]| \leq \sum_{k=0}^{\infty} |f_i[k]| |x[n-k]| \leq M \sum_{k=0}^{\infty} |f_i[k]|, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$|\hat{v}_i[n]| \leq M, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} |\hat{f}_i[k]| \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Skaliranje koeficijenta funkcije prenosa

L_p norma

$$\|H\|_p = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\Omega})|^p d\Omega \right]^{1/p}$$

$p = 1$ dobija L_1 predstavlja srednju vrednost apsolutne vrednosti funkcije $H(e^{j\Omega})$

$p = 2$ dobija L_2 predstavlja koren iz srednje vrednosti kvadrata funkcije $H(e^{j\Omega})$

$$\|H\|_{\infty} = \max_{-\pi \leq \Omega \leq \pi} |H(e^{j\Omega})|$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Skaliranje koeficijenta funkcije prenosa

$$\|X\|_1 \leq M$$

$$v_i[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_i(e^{j\Omega}) X(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega$$

$$|h[n]| \leq \|H\|_1 \leq \|H\|_2 \leq \dots \leq \|H\|_{\infty}$$

$$|v_i[n]| \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |F_i(e^{j\Omega})| |X(e^{j\Omega})| d\Omega \leq \|F_i\|_{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\Omega})| d\Omega \leq \|F_i\|_{\infty} \|X\|_1$$

$\|\hat{F}_i\|_{\infty} \leq 1$

$\|\hat{F}_i\|_2 \leq 1$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Skaliranje koeficijenta funkcije prenosa

$$\hat{F}_i(z) = s_i F_i(z)$$

$$\|\hat{F}_i\|_p = s_i \|F_i\|_p \leq 1$$

$$s_i \leq \frac{1}{\|F_i\|_p}$$

$$s_i \leq \frac{1}{\sum_{k=0}^{\infty} |f_i[k]|}$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Paralelna realizacija P1

$$\hat{b}_{0i} = \frac{b_{0i}}{s_i}, \quad \hat{b}_{1i} = \frac{b_{1i}}{s_i}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$\hat{G}_i(z) = \frac{\hat{b}_{0i} + \hat{b}_{1i}z^{-1}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$F_i(z) = \frac{1}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Paralelna realizacija P2

$$\hat{b}_{0i} = s_i b_{0i}, \quad \hat{b}_{ji} = s_i b_{ji}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$F_i(z) = \frac{\hat{b}_{0i} + \hat{b}_{1i}z^{-1}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$\hat{G}_i(z) = \frac{1}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad i = 1, \dots, N_s$$

Ako nema dodatnih zahteva
onda P1, bolja u pogledu šuma

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

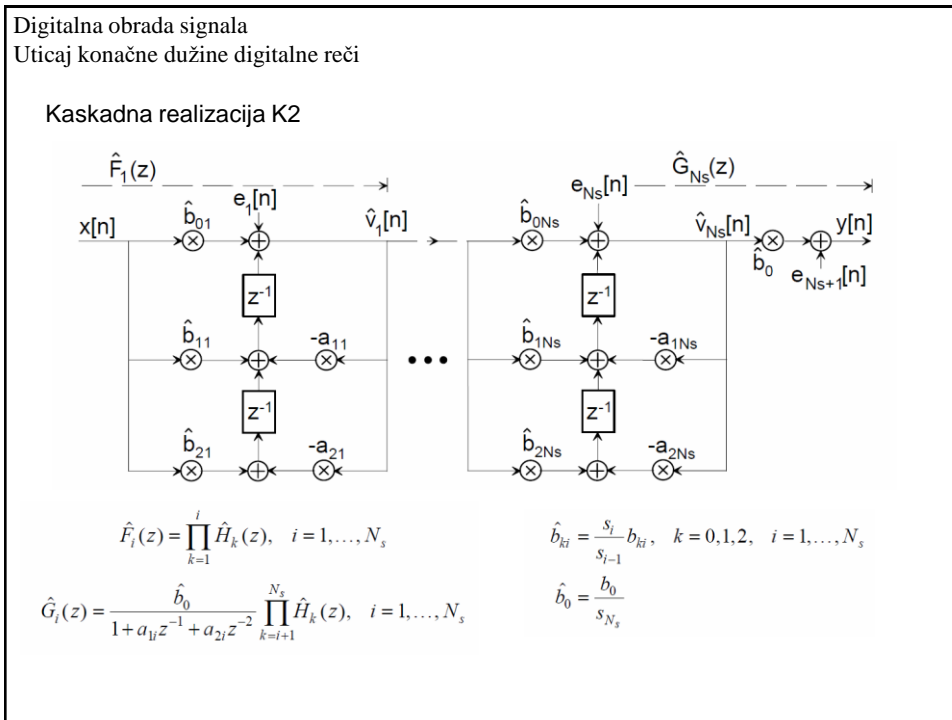
Kaskadna realizacija K1

$$\hat{F}_i(z) = \frac{\hat{b}_0}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}} \prod_{k=1}^{i-1} \hat{H}_k(z), \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$\hat{G}_i(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \hat{H}_k(z), \quad i = 1, \dots, N_s$$

$$\hat{b}_0 = s_i$$

$$\hat{b}_{ki} = \frac{s_{i+1}}{s_i} b_{ki}, \quad k = 0, 1, 2, \quad i = 1, \dots, N_s$$



Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Kaskadna realizacija

Sparivanje polova i nula

Prvo se uoči par polova najbliži jediničnom krugu i par nula koji mu je najbliži i formira se funkcija prenosa $H_j(z)$.

Zatim se uoči sledeći par polova najbliži jediničnom krugu i spari sa najbližim parom nula.

Postupak se nastavlja sve dok se ne izvrši sparivanje svih polova i nula.

Redosled:

ako se koristi realizacija K2, optimalno je da sekcije sa najvećom varijacijom pojačanja budu postavljene na početku kaskade,

a ako se koristi realizacija K1, na kraju kaskade

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Paralelnu strukturu je jednostavnije projektovati jer se ne vrši sparivanje nula i polova niti određivanje redosleda, a i postupak skaliranja je jednostavniji. Eksperimentalni rezultati pokazuju da je nivo šuma na izlazu paralelne realizacije P1 istog reda kao kod optimalnih kaskadnih realizacija. Uticaj kvantovanja koeficijenata takođe je manji kod paralelne realizacije.

Dakle, moglo bi se reći da je paralelna realizacija P1 optimalna realizaciona struktura. Međutim, i kaskadna realizacija ima svojih prednosti. Pre svega, u najčešćem slučaju kada se sinteza vrši bilinearnom transformacijom klasičnih analognih funkcija prenosa, nule digitalne funkcije prenosa leže na jediničnom krugu pa se može uštedeti 25% ili čak i 50% množača. Drugo, nule se ne pomeraju sa jediničnog kruga zbog kvantovanja koeficijenata, što povoljno utiče na amplitudsku karakteristiku u nepropusnom opsegu.

Digitalna obrada signala
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Nelinearni efekti

Ako se u nekom trenutku $t = t_0$ ukine pobudni signal stabilnog IIR diskretnog sistema, izlazni signal bi trebalo da asimptotski opada ka nuli. Međutim, ako se u realizaciji IIR sistema za predstavljanje signala i koeficijenata koristi konačan broj bita, izlazni signal može oscilovati ili imati konstantnu vrednost različitu od nule.

Taj efekat se naziva granični ciklus pri nultoj pobudi i posledica je nelinearnih pojava kod kvantovanja proizvoda ili prekoračenja opsega kod sabiranja.

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Nelinearni efekti

$$y[n] = ay[n-1] + x[n], \quad |a| < 1$$

$$\hat{y}[n] = Q(a\hat{y}[n-1]) + \hat{x}[n]$$

Četiri bita

$$\hat{x}[n] = 0.875_{10} \delta[n] = 0.111_2 \delta[n]$$

n	$y[n]$	$\hat{y}[n]$	$y[n]$	$\hat{y}[n]$
0	0.875	0.875	0.875	0.875
1	0.4375	0.500	-0.4375	-0.500
2	0.21875	0.250	0.21875	0.250
3	0.109375	0.125	-0.109375	-0.125
4	0.0546875	0.125	0.0546875	0.125
5	0.02734375	0.125	-0.02734375	-0.125

$$a = 0.5_{10} = 0.100_2 \qquad a = -0.5$$

Digitalna obrada signala
 Uticaj konačne dužine digitalne reči

Nelinearni efekti

$$|Q(a\hat{y}[n-1]) - a\hat{y}[n-1]| \leq 0.5 \cdot 2^{-B}$$

$$|Q(a\hat{y}[n-1])| = |\hat{y}[n-1]|$$

$$|\hat{y}[n-1]| - |a\hat{y}[n-1]| \leq 0.5 \cdot 2^{-B}$$

$$|\hat{y}[n-1]| \leq \frac{0.5}{1-|a|} 2^{-B} = k \cdot 2^{-B}$$

Dakle, vrednosti izlaznog signala u mrtvoj zoni su multipli od 2^{-B} . Ako je $|a| < 0.5$, granični ciklus se ne može pojaviti. Ako je $|a| \geq 0.5$, po prestanku pobude izlazni signal počinje da opada i zaustavlja se na vrednosti $k \cdot 2^{-B}$, ili osciluje između vrednosti $k \cdot 2^{-B}$ i $-k \cdot 2^{-B}$, sa učestanošću jednakom polovini učestanošću odabiranja.

Digitalna obrada signala

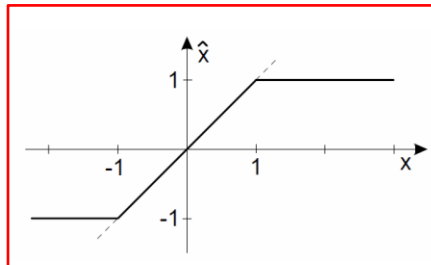
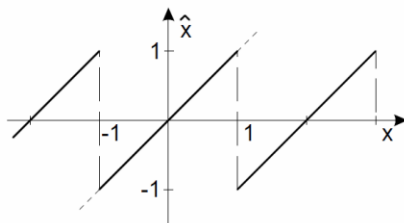
Uticaj konačne dužine digitalne reči

Nelinearni efekti

GRANIČNI CIKLUSI ZBOG PREKORAČENJA OPSEGA PRI SABIRANJU

Druga vrsta nelinearnih efekata kod sistema za digitalnu obradu signala su granični ciklusi koji nastaju kao posledica prekoračenja opsega kod sabiranja. Kao što je već rečeno, u digitalnim sistemima za obradu signala se najčešće koristi komplement dvojke za predstavljanje bipolarnih signala i koeficijenata. Uobičajeno je da se svi signali i koeficijenti normalizuju na opseg $-1 \leq x < 1$.

I pored normalizacije može doći do prekoračenja opsega ako su oba sabirka istog znaka a po modulu su veći od 0.5.



Digitalna obrada signala

Uticaj konačne dužine digitalne reči

Izračunavanje DFT

Efekti konačne dužine reči kod izračunavanja DFT manifestuju se na dva načina.

Prvi uzrok grešaka, koji nastaje zbog nemogućnosti tačnog izračunavanja sinusa i kosinusa, sličan je efektu kvantovanja koeficijenata kod filterarskih struktura.

Drugi uticaj konačne dužine reči nastaje zbog kvantovanja proizvoda i manifestuje se kao šum na izlazu.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = 4N \frac{q^2}{12} = N \frac{q^2}{3} = \frac{N}{3} 2^{-2B}$$

Digitalna obrada signala

Utjecaj konačne dužine digitalne reči

Izračunavanje DFT

$$|x[n]| < 1$$

$$|X[k]| \leq \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]| < N, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]| < 1$$

za sigurno sprečavanje prekoračenja, dovoljno je podeliti ulazni signal sa N .

Međutim

Posmatrajmo sada ulaznu sekvencu $x[n]$ koja predstavlja beli šum čije vrednosti, posle skaliranja, leže u opsegu $-1/N \leq x(n) < 1/N$

$$\sigma_x^2 = \frac{(2/N)^2}{12} = \frac{1}{3N^2} \quad \sigma_X^2 = N\sigma_x^2 = \frac{1}{3N} \quad \frac{\sigma_X^2}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{1}{q^2 N^2} = \frac{2^{2B}}{N^2}$$

Digitalna obrada signala

Utjecaj konačne dužine digitalne reči

Izračunavanje DFT

Kao primer, posmatrajmo sekvencu od 1024 odbirka. Ako je potrebno ostvariti odnos signal-šum od 30 dB

$$\frac{\sigma_X^2}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{1}{q^2 N^2} = \frac{2^{2B}}{N^2}$$

dobija se da je potrebna tačnost množenja i sabiranja $B = 15$ bita.

Stoga se ponekad odustaje od skaliranja ulazne sekvence već se samo zahteva da bude $x[n] < 1$. Tada se mora obezbediti dovoljno veliki dinamički opseg sabirača, jer je $X[k] < N$

$$\sigma_x^2 = 1/3 \quad \sigma_X^2 = N\sigma_x^2 = N/3 \quad \frac{\sigma_X^2}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{1}{q^2} = 2^{2B}$$

Svega 5 bita